

Ecuaciones Diferenciales II Examen XXI

FACULTAD
DE
CIENCIAS
UNIVERSIDAD DE GRANADA



Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas
Universidad de Granada



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

Eres libre de compartir y redistribuir el contenido de esta obra en cualquier medio o formato, siempre y cuando des el crédito adecuado a los autores originales y no persigas fines comerciales.

Ecuaciones Diferenciales II Examen XXI

Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Granada, 2026

Asignatura Ecuaciones Diferenciales II.

Curso Académico 2022/2023.

Grado Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas.

Grupo Único.

Profesor Rafael Ortega Ríos.

Descripción Convocatoria Extraordinaria.

Fecha 11 de julio de 2023.

Ejercicio 1. Para cada $n \geq 1$ la función $f_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ se define como la característica del intervalo $[1/n, 1]$; es decir

$$f_n(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } t \in [1/n, 1] \\ 0 & \text{si } t \in \mathbb{R} \setminus [1/n, 1] \end{cases}$$

¿Hay convergencia puntual de la sucesión $\{f_n\}_{n \geq 1}$? ¿Hay convergencia uniforme?

Ejercicio 2. Se considera el problema de valores iniciales

$$\dot{x} = f(x), \quad x(t_0) = x_0$$

donde

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \begin{cases} 2x & \text{si } x \geq 0 \\ 3x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

¿Hay unicidad? Encuentra la solución maximal.

Ejercicio 3. Dados $t_0, x_0 \in \mathbb{R}$, encuentra el intervalo maximal de la solución del problema

$$\dot{x} = x^5, \quad x(t_0) = x_0.$$

Ejercicio 4. Construye una retracción de $\mathbb{R}^2$ en el conjunto

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| + |y| \leq 3\}.$$

Ejercicio 5. La solución del problema de Cauchy

$$\ddot{\theta} + 9 \sin \theta = 0, \quad \theta(0) = \theta_0, \quad \dot{\theta}(0) = \omega_0$$

se denota por $\theta(t; \theta_0, \omega_0)$. Calcula, si existe, $\frac{\partial \theta}{\partial \theta_0}(t; 3\pi, 0)$.

Ejercicio 6.

i) Dado un parámetro $\varepsilon > 0$, $x(t, \varepsilon)$ es la solución del problema

$$\dot{x} = \frac{\sin(\varepsilon x)}{\varepsilon} + e^t, \quad x(0) = \pi.$$

Calcula, si existe, $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} x(2\pi, \varepsilon)$.

ii) Dado un parámetro $\varepsilon > 0$, $x(t, \varepsilon)$ es la solución del problema

$$\varepsilon \dot{x} = e^x \sin t, \quad x(0) = \pi.$$

Calcula, si existe, $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} x(2\pi, \varepsilon)$.